Projectie op een lijn

6 maximumscore 7

- Een vectorvoorstelling van de lijn door B en D is $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ — 1
- Het stelsel $\begin{cases} 2+s = 1+3t \\ 2+3s = 9-t \end{cases}$ moet worden opgelost — 1
- Een exacte berekening waaruit volgt dat $s = 2$ (of $t = 1$) — 1
- Hieruit volgt $D(4,8)$ — 1
- $AB^2 = (2--2)^2 + (2--2)^2 = 32$ (of door het gebruik van een $1-1-\sqrt{2}$-driehoek) — 1
- $CD^2 = \left(1\frac{3}{5}-4\right)^2 + \left(8\frac{4}{5}-8\right)^2 = \frac{160}{25}$ — 1
- Een exacte berekening waaruit volgt dat $k = 5$ (dus lijnstuk AB is $\sqrt{5}$ keer zo lang als lijnstuk CD) — 1

of

- Een vergelijking van lijn l is $x + 3y = 28$ — 1
- Een vergelijking van de lijn door B en D is $y = 3x - 4$ — 1
- Substitutie geeft $x + 3(3x-4) = 28$ — 1
- Hieruit volgt $x = 4$ dus $D(4,8)$ — 1
- $AB = \sqrt{(2--2)^2 + (2--2)^2} = \sqrt{32}$ (of door het gebruik van een $1-1-\sqrt{2}$-driehoek) — 1
- $CD = \sqrt{\left(1\frac{3}{5}-4\right)^2 + \left(8\frac{4}{5}-8\right)^2} = \sqrt{\frac{160}{25}}$ — 1
- Een exacte berekening waaruit volgt dat $k = 5$ (dus lijnstuk AB is $\sqrt{5}$ keer zo lang als lijnstuk CD) — 1

of

- Een vergelijking van de lijn door A en C is $y = 3x + 4$ 1
- Een vergelijking van de lijn door B loodrecht op AC is $y = -\frac{1}{3}x + 2\frac{2}{3}$ 1
- Voor de x-coördinaat van B', met B' de loodrechte projectie van B op AC, geldt $3x + 4 = -\frac{1}{3}x + 2\frac{2}{3}$ 1
- Dit geeft $x_{B'} = -\frac{2}{5}$ en dan $y_{B'} = 2\frac{4}{5}$ 1
- $BB' = \sqrt{\left(-\frac{2}{5} - 2\right)^2 + \left(2\frac{4}{5} - 2\right)^2} = \sqrt{\frac{160}{25}}$ 1
- $AB = \sqrt{(2 - -2)^2 + (2 - -2)^2} = \sqrt{32}$ (of door het gebruik van een $1 - 1 - \sqrt{2}$-driehoek) 1
- ($BB' = CD$;) een exacte berekening waaruit volgt dat $k = 5$ (dus lijnstuk AB is $\sqrt{5}$ keer zo lang als lijnstuk CD) 1

of

- Een vergelijking van lijn l is $x + 3y = 28$ 1
- Een vergelijking van de lijn door A en B is $y = x$ 1
- Voor de x-coördinaat van S geldt $x + 3x = 28$; dit geeft $x_S = 7$ en dan $y_S = 7$ 1
- Driehoek ASC is gelijkvormig met driehoek BSD (omdat $\angle SDB = \angle SCA$ en $\angle BSD = \angle ASC$) 1
- Een beredenering op basis van deze gelijkvormigheid waaruit blijkt dat $\frac{AB}{CD} = \frac{AS}{CS}$ 1
- $AS = \sqrt{(7 - -2)^2 + (7 - -2)^2} = \sqrt{162}$ (of door het gebruik van een $1 - 1 - \sqrt{2}$-driehoek) en $CS = \sqrt{\left(1\frac{3}{5} - 7\right)^2 + \left(8\frac{4}{5} - 7\right)^2} = \sqrt{\frac{810}{25}}$ 1
- Een exacte berekening waaruit volgt dat $k = 5$ (dus lijnstuk AB is $\sqrt{5}$ keer zo lang als lijnstuk CD) 1

of

Vraag	Antwoord	Scores

- ($BB' = CD$, dus) $\sqrt{k} = \dfrac{AB}{BB'}$, met B' de loodrechte projectie van B op AC — 1
- $\dfrac{1}{\sqrt{k}} = \dfrac{BB'}{AB}$ — 1
- $\dfrac{BB'}{AB} = \cos(\angle ABB')$ — 1
- Een richtingsvector van AB is $\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ en van BB' $\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$ — 1
- Er geldt dus $\cos(\angle ABB') = \dfrac{\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{10}}$ — 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $\dfrac{\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{10}} = \dfrac{1}{\sqrt{k}}$ exact kan worden opgelost — 1
- Dit geeft $k = 5$ — 1